



دفترچه سؤالات مرحله دوم

اولین دوره‌ی المپیاد کامپیوتر سال ۱۳۹۹

مدت آزمون (دقیقه)	تعداد سؤالات	
	مسأله‌های تشریحی	سؤالات چند گزینه‌ای
۳۰۰	۶	-

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

توضیحات مهم

تذکرات آزمون:

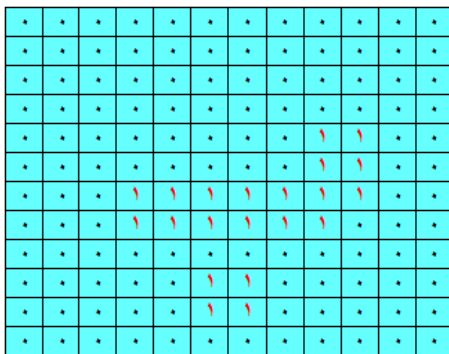
ضمن آرزوی موفقیت برای شما دانش‌پژوه گرامی، خواهشمند است قبل از پاسخ به سؤالات آزمون به موارد زیر توجه کنید:

- این آزمون شامل **۶ مسأله‌ی تشریحی** و وقت آن **۳۰۰ دقیقه** است.
- استفاده از ماشین حساب در این آزمون غیر مجاز است.
- همراه داشتن تلفن همراه (حتی خاموش) در طول زمان آزمون مجاز نیست.
- فقط داوطلبانی می‌توانند دفترچه‌ی سؤالات را با خود ببرند که تا پایان آزمون در جلسه حضور داشته باشند.
- انتشار و بازتولید این سؤالات توسط **کمیته‌ی اجرایی ماخ** انجام شده است.

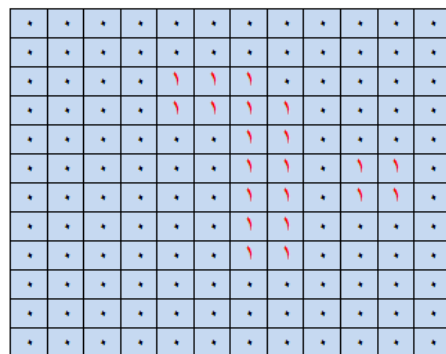
۱- چند جمله‌ای‌های $P(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ و $Q(x) = b_0 + b_1x + \dots + b_mx^m$ ($a_n \neq 0$) و $(b_m \neq 0)$ را در نظر بگیرید. الگوریتمی بنویسید که n و a_i و m و b_i را بگیرد و ضرایب چند جمله‌ای‌های $P(x) + Q(x)$ و $P(x) \times Q(x)$ را به دست آورد و بترتیب در متغیرهای DS و DP ذخیره نماید.

۲- در یک دوره مسابقه، n تیم با شماره‌های ۱ تا n شرکت دارند و به صورت دوره‌ای هر تیم با تمامی تیم‌ها مسابقه می‌دهد. هر مسابقه یک برنده و یک بازنده دارد. نتایج مسابقات در یک ماتریس $n \times n$ بدین ترتیب ثبت شده است که در درایه‌ی (i, j) شماره‌ی تیم برنده (i یا j) قرار دارد. عناصر روی قطر اصلی ماتریس نتایج صفر در نظر گرفته می‌شود. یک دنباله a_1, a_2, \dots, a_n از شماره تیم‌ها را «دنباله‌ی برنده» می‌گوییم اگر به ازای $i = 1, \dots, n-1$ ، تیم a_i از تیم a_{i+1} برده باشد. (دقت کنید که $a_i \in \{1, 2, \dots, n\}$ و اگر $i \neq j$ آن‌گاه $a_i \neq a_j$). الگوریتمی بنویسید که تعداد تیم‌ها ($n \leq 20$) و ماتریس نتایج را بگیرد و یک دنباله‌ی برنده پیدا کرده، در یک آرایه‌ی n تایی قرار دهد.

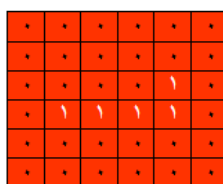
۳- یک ماتریس 12×12 متشکل از اعداد صفر و یک را در نظر بگیرید. هر سطر این ماتریس را می‌توان به عنوان یک عدد ۱۲ رقمی در مبنای ۲ در نظر گرفت که با تبدیل آن به مبنای ۱۰ یک عدد صحیح نامنفی به دست می‌آید. با تبدیل این عدد به مبنای ۲ و در صورت لزوم افزایش ارقام از سمت چپ تا ۱۲ رقم دوباره می‌توان به سطر ماتریس دست یافت. در ماتریس فوق ارقام ۱ شکلی را به وجود می‌آورند، (مانند شکل الف). ماتریس فوق را «۹۰ درجه دوران یافته» می‌نامیم در صورتی که شکل داخل آن نسبت به مرکز ماتریس، ۹۰ درجه در جهت مثبت مثلثاتی دوران داده شود، (مانند شکل ب). ماتریس فوق را «فشرده شده» می‌نامیم در صورتی که هر ماتریس 2×2 داخل آن را با شرایط زیر به یک درایه تبدیل کنیم. در صورتی که تعداد درایه‌های مساوی ۱ یک ماتریس 2×2 داخلی بیش‌تر از یک باشد آن ماتریس را به یک درایه‌ی ۱ و در غیر این صورت به یک درایه‌ی صفر تبدیل می‌کنیم، (مانند شکل ج). (ماتریس‌های 2×2 را از گوشه سمت چپ و بالا در نظر می‌گیریم).



شکل الف



شکل ب



شکل ج

- الف) برنامه‌ای بنویسید که ۱۲ عدد صحیح نامنفی کوچک‌تر از ۴۰۹۶ را از ورودی گرفته و با تبدیل آن‌ها به مبنای ۲، به ترتیب سطرهای یک ماتریس 12×12 متشکل از صفر و یک را تولید کند.
- ب) برنامه‌ای بنویسید که ماتریس حاصل از مرحله‌ی الف را ۹۰ درجه دوران دهد.
- ج) برنامه‌ای بنویسید که ماتریس حاصل از مرحله‌ی الف را فشرده کند.

۴- یک الگوریتم غیر بازگشتی فقط با استفاده از عمل جمع، بنویسید که تعداد ترکیب‌های مختلف m شی متمایز از میان n شی متمایز، $\binom{n}{m}$ را با استفاده از فرمول زیر محاسبه کند.

$$\binom{n}{m} = \begin{cases} 1 & n = m \text{ or } m = 0 \\ \binom{n-1}{m} + \binom{n-1}{m-1} & n > m \end{cases}$$

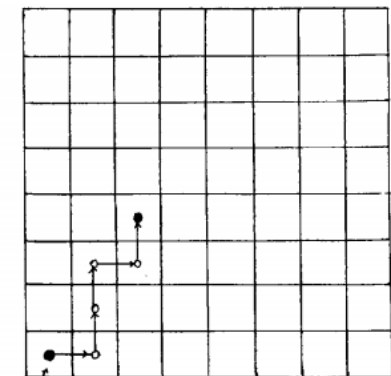
۵- برنامه‌ای برای یک بازی بین کامپیوتر و کاربر (استفاده کننده از کامپیوتر) با شرایط زیر بنویسید:

ابتدا کاربر یک عدد طبیعی یک رقمی، n ، به ماشین می‌دهد. سپس ماشین از کاربر می‌خواهد که یک عدد صحیح نامنفی کوچک‌تر از 2^n در نظر بگیرد و بعد با n سوال عدد مورد نظر کاربر را پیدا می‌کند. در هر سوال $2^n - 1$ عدد روی صفحه‌ی نمایش ظاهر می‌شود و کاربر باید در صورت وجود عدد مورد نظرش در بین آن‌ها، پاسخ «Y» و در غیر این صورت پاسخ «N» را وارد کند. مثال اگر $n = 3$ و ۳ دسته عدد ظاهر شده روی صفحه نمایش و جواب‌های کاربر به صورت زیر باشد، آن‌گاه عدد مورد نظر کاربر مساوی ۵ است.

۱	۳	۵	۷	Y
۲	۳	۶	۷	N
۴	۵	۶	۷	Y

۶- یک صفحه شطرنج (8×8) را در نظر بگیرید. یک مهره در خانه‌ی سمت چپ و پایین این صفحه قرار دارد. این خانه را «خانه‌ی شروع» می‌نامیم و با مختصات $(1,1)$ نمایش می‌دهیم. مهره‌ی فوق را، در هر بار حرکت، فقط می‌توان یا یک

خانه به سمت راست و یا یک خانه به سمت بالا حرکت داد. برنامه‌ای بنویسید که کلیه مسیرهای ممکن برای رسیدن این مهره از خانه‌ی شروع به خانه‌ای با مختصات (i,j) را تولید کند. هر مسیر با دنباله‌ای از R و U مشخص می‌شود که در آن هر حرکت به سمت راست با R و هر حرکت به سمت بالا با U نشان داده می‌شود. مثال: در شکل زیر یک مسیر از خانه‌ی شروع به خانه‌ی $(3,4)$ رسم شده است که به صورت دنباله‌ی «RUURU» نشان داده می‌شود.



خانه شروع